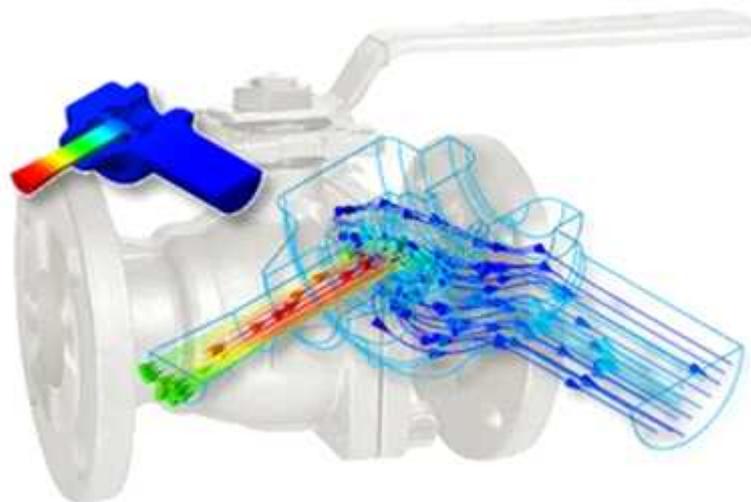
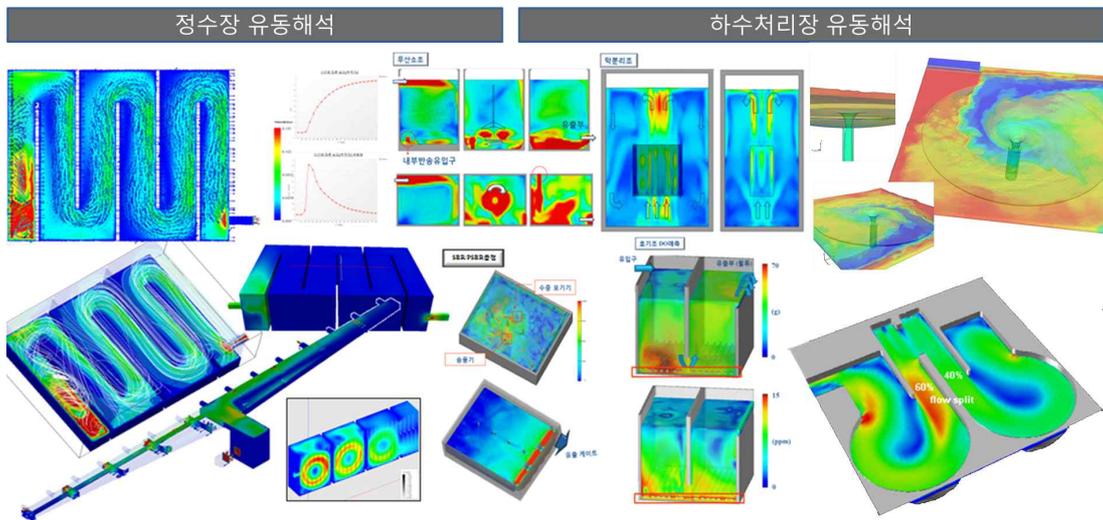


《 _____ 미적분이 쓰이는 프로그램 》

하이에듀

주제	컴퓨터 수치해석에 쓰이는 미적분
요약	유체역학, 열역학 등의 분야에서 컴퓨터 시뮬레이션을 할 때 미적분이 쓰입니다. 특히 유체역학에서는 나비에-스토크스 방정식의 근사해를 찾기 위해 물체를 유한한 요소로 쪼개고 각 요소마다 방정식을 풀어내기 때문에 고성능 컴퓨터가 필요한 분야입니다. [자료1]은 수치해석 프로그램이 실생활에 쓰이는 사례, [자료2]는 이런 프로그램의 역사와 종류 등을 설명합니다.

자료 1. 수치해석(Numerical Analysis)



수치해석이란 자연현상을 표현하는 미분방정식의 해를 구할 수 없을 때, 수학적 표현식에 대한 정확한 해답을 구하는 것이 아니라, 컴퓨터를 사용하여 근사해를 구하는 방식이다. (<https://shu-e.tistory.com/4>)

1. 토목 분야에서는 경험식, 수리계산식, 실험식, 수리모형실험 등으로 설계를 검토하고 문제점을 해결하여 왔으나 최근 컴퓨터와 프로그램의 발달로 수치해석을 이용하여 이를 해결하는 사례가 증가하고 있다. FLOW-3D에서는 가정하거나 단순하지 않은 완전한 나비에-스토크스(Navier-Stokes) 방정식을 계산하여 3차원 유동을 표현하므로 실제와 같은 물리적인 결과를 얻을 수 있다.

(
<https://flow3d.co.kr/tag/%EC%88%98%EC%B9%98%ED%95%B4%EC%84%9D-%ED%99%9C%EC%9A%A9/>)

2. 덕트 내 유동 및 열전달의 수치해석은 기계공학과 관련하여 중요한 응용을 할 수 있다. (<https://koreascience.kr/article/JAKO198911919494417.pdf>)

3. 전산유체역학

전산 유체 역학(CFD, Computational fluid dynamics)은 유체 현상을 기술한 비선형 편미분방정식인 나비에-스토크스 방정식(Navier-Stokes Equations)을 유한차분법 (Finite Difference Method), 유한요소법 (Finite Element Method), 유한체적법(Finite Volume Method) 등의 방법들을 사용하여 이산화하여 대수 방정식으로 변환하고, 이를 수치 기법(numerical methods)의 알고리즘을 사용하여 유체 유동 문제를 풀고 해석하는 것이다. 컴퓨터를 사용하여 공학 문제에서 유체와 기체의 상호작용을 시뮬레이션한다.

(https://ko.wikipedia.org/wiki/%EC%A0%84%EC%82%B0_%EC%9C%A0%EC%B2%B4_%EC%97%AD%ED%95%99 관련 링크 :

자료 2. 전산유체역학 CFD의 방법.역사.용도 [링크]

전산 유체 역학(CFD)은 유체 흐름과 관련된 물리적 현상을 수학적으로 모델링하고 계산 능력을 사용하여 수치적으로 해결하는 프로세스입니다.

엔지니어가 다음 시즌에 우승할 경주용 자동차와 같은 신제품을 설계해야 할 때 공기 역학은 엔지니어링 프로세스에서 중요한 역할을 합니다. 그러나 공기역학적 과정은 개념 단계에서 쉽게 정량화할 수 없습니다.

일반적으로 엔지니어가 설계를 최적화할 수 있는 유일한 방법은 제품 프로토타입에 대한 물리적 테스트를 수행하는 것입니다. 컴퓨터의 등장과 계속해서 증가하는 계산 능력(무어

의 법칙 덕분에!)과 함께 전산 유체 역학 분야는 고체 상호 작용이 있거나 없는 유체 흐름에 대한 솔루션을 생성하기 위해 일반적으로 적용되는 도구가 되었습니다.



CFD소프트웨어 에서유체의 흐름을 유속, 압력, 온도, 밀도, 점도 등의 물리적 특성에 따른 분석을 합니다.

유체 흐름과 관련된 물리적 현상에 대한 정확한 솔루션을 가상으로 생성하려면 이러한 속성을 동시에 고려해야 합니다.

전산유체역학의 역사

고대부터 현재까지 인류는 유체의 흐름을 기반으로 현상을 발견하기를 열망해 왔습니다. 그렇다면 CFD는 얼마나 오래됐을까요?

CFD분야의 실험적 연구에는 한 가지 큰 단점이 있습니다.

정확해야 하는 경우 상당한 시간과 비용이 소요됩니다.

결과적으로 과학자와 엔지니어는 더 빠른 검사를 위해 컴퓨터와 수학적 모델 및 수치적 방법을 짝지을 수 있는 방법을 생성하기를 원했습니다.

전산유체역학 에 대한 간략한 설명은 다음과 같습니다.

1910년까지: 수학적 모델 및 수치적 방법의 개선

1910 - 1940: 수작업 계산을 기반으로 수치적 솔루션을 생성하기 위한 모델 및 방법의 통합

1940 - 1950: 초기 컴퓨터로 컴퓨터 기반 계산으로 전환(ENIAC) . 1953년에 기계식 탁상 계산기를 사용한 Kawaguti의 실린더 주위 흐름에 대한 솔루션

1950 - 1960: 미국 Los Alamos National Lab에서 Navier-Stokes 방정식을 기반으로 유체 흐름을 모델링하기 위해 컴퓨터를 사용한 초기 연구. 소용돌이 평가 - 스트림 함수 방법 . 세계에서 2D, 과도, 비압축성 흐름을 위한 첫 번째 구현

1960년 - 1970년: 1967년에 Hess와 Smith가 3D 물체의 전산 분석에 대해 "임의 물체에 대한 잠재적 흐름 계산"이라는 첫 번째 과학 논문이 출판되었습니다 . 상업 코드 생성. $k-\epsilon$ 난류 모델, Arbitrary Lagrangian-Eulerian, SIMPLE 알고리즘 등 여전히 널리 사용되는 다양한 방법의 기여

1970 - 1980: Boeing, NASA 및 일부에서 생성된 코드는 잠수함, 수상 선박, 자동차, 헬리콥터 및 항공기와 같은 여러 산출량을 공개하고 사용하기 시작했습니다. ,

1980 - 1990: Jameson et. 알. 상업 코드는 학계와 산업계를 통해 구현되기 시작했습니다.

1990 - 현재: 정보학의 철저한 발전: 거의 모든 부문에서 전 세계적으로 CFD 사용

3가지 주요 CFD방법

	FDM (Finite Difference Method)	FVM (Finite Volume Method)	FEM (Finite Element Method)
적용 대상	미분 방정식에 기반한 물리적 문제 해결에 사용됨	물리적 문제를 특정 영역으로 나누어 해결하는 데 사용됨	구조해석, 열전달, 전기장 해석 등 다양한 문제에 사용됨
기본 개념	미분 방정식을 차분 방정식으로 변환하여 수치해석을 수행함	물리적 문제를 유한 부피로 분할하여 평균 값을 계산하고 해석함	물체를 유한 개수의 요소로 분할하여 각 요소 내에서 해석함
요소 분할	시간과 공간에 대해 등간격으로 그리드를 생성함	물리적 도메인을 유한 부피로 나누어 각 부피 셀을 정의함	물리적 도메인을 유한 개수의 요소로 분할함
정확성	그리드 크기가 작아질수록 더 정확한 결과를 얻을 수 있음	그리드 크기에 따라 정확성이 변할 수 있음	요소의 수가 증가할수록 더 정확한 결과를 얻을 수 있음
자유도	더 적은 자유도를 가지며 간단한 문제에 적합함	자유도가 FDM보다 크고 FVM과 비슷함	자유도가 더 많으며 복잡한 형상을 모델링하는 데 적합함
2D/3D	주로 2D 문제에 적용됨	2D 및 3D 문제 모두에 적용됨	주로 3D 문제에 적용됨
장점	구현이 간단하고 속도가 빠름	질량 및 에너지 보존 등 물리적 법칙을 잘 유지함	복잡한 형상을 모델링하고 다양한 물리적 문제를 해결할 수 있음
단점	고차원 문제에 적용하기 어려움	그리드의 수가 많아질수록 계산시간 증가함	구현이 복잡하고 수치 해석의 시간 소요가 많을 수 있음

1. 유한차이법(FDM)

CFD에 관한 강연에 참석한 거의 모든 사람들은 유한차이법에 대해 들어봤을 것입니다.

FDM은 유체의 물리적 변수(예: 압력 및 속도)를 고정하는 일련의 지점에서 NSE를 분해합니다.

비록 FDM이 많은 응용 분야에서 첫 번째 선택은 아니지만, CFD세계에서 입지를 굳히고 있습니다.

특히 날씨 시뮬레이션과 같이 일반 그리드를 활용할 수 있는 애플리케이션에서는 FDM이 FEM이나 FVM보다 훨씬 효율적으로 구현될 수 있기 때문에 FDM이 관심 대상입니다.

또한, 근사치의 순서를 자유롭게 선택할 수 있다.파생상품의 근사치에 활용되는 포인트가 많을수록 순서가 높습니다.

FDM은 구조화된 그리드에 대한 의존성으로 인해 제한되어 있어 복잡한 형태의 경계와 관련된 문제에 대해서는 그러한 방법을 사용하기 어렵습니다.

2. 유한 볼륨 방식(FVM)

사람들은 CFD를 들으면 종종 FVM을 떠올립니다.

비록 이것이 정확하지 않지만, FVM은 CFD에서 아마도 가장 두드러진 방법일 것이고 그것은 공기포일 주위의 유체 흐름을 시뮬레이션하는 것에서부터 열 유량을 추정하기 위한 결합 열 전달의 열 시뮬레이션에 이르기까지 다양한 용도에 사용될 수 있습니다.

FVM의 기본 아이디어는 전체 도메인을 작은 제어 볼륨으로 세분화하는 것입니다.

각각의 연결면을 통해 이웃들과 플럭스를 교환한다.세포로 들어가는 플럭스가 다른 세포를 떠나고 있기 때문에, 이 접근법은 엄격하게 보수적이어서 유체 흐름 문제에 매우 매력적이다.

FVM은 NSE의 통합 버전을 기반으로 하며 흥미롭게도 FVM은 FEM의 특별한 사례로 표현될 수 있습니다.

이 방법은 물리적인 의미와 숫자적 개념의 유추 때문에 이해하기 쉽습니다.

FVM에서는 구조화되지 않은 그리드를 활용할 수 있어 복잡한 기하학적 구조와 상호작용하는 흐름에는

이 방법이 매우 매력적이고 이것이 새로운 용어인 경우구조화되지 않은 그리드는 완전히 임의적일 수 있는 그리드다.따라서 그리드는 관심 지역들이 잘 해결되도록 국지적으로 조정될 수도 있습니다.

이것은 보통 벽에 가까운 지역에 대해 행해지는데 불행히도 FVM의 정확도를 높이는 것은 매우 어렵습니다.

3. 유한요소법(FEM)

많은 사람들이 "완료 요소 방법"이라는 용어를 구조 역학 문제 해결과 연관시킵니다.

이러한 일반적인 오해와는 반대로, FEM은 NSE를 포함한 모든 부분 미분 방정식의 탈피에 사용될 수 있다. 그리고 이것은 단지 소수만이 연구한 참신한 아이디어가 아닙니다.

FEM은 예를 들어 외부 공기역학 분야에서 유체 흐름 문제를 해결하기 위해 적극적으로 사용되는데 FEM의 경우 공간은 연결된 요소로 세분됩니다.

이러한 각 요소에서 용액은 부분적인 다항식 함수에 의해 근사치됩니다. 이것들은 모든 결절점에 대한 기본 함수의 집합에 의해 정의되고 이러한 것들은 파생상품의 추정에 활용될 수 있습니다.

수학적 관점에서 FEM은 우유와 꿀의 땅입니다. 이것은 주로 신체적인 문제의 약한 형성을 통한 매우 일반적인 파생 때문이고 또한, 다른 기본 함수를 선택하는 것만으로 숫자 방법의 순서를 늘리는 것은 매우 편리합니다.

여러분 중 우주에서 10번째 정확도로 CFD 시뮬레이션을 수행하는 것을 꿈꾸지 않은 사람은 있나요? FEM에서와 마찬가지로 FEM에서도 구조화되지 않은 그리드를 활용할 수 있고 복잡한 도메인이나 경계의 문제들에 대해 FEM을 매력적으로 만들 수 있습니다.