

《 \_\_\_\_\_수학2 세특 예시 (미생물 생육곡선, 비성장속도 미적분) 》  
 하이에듀

<b>주제</b>	<b>미생물의 비성장속도에서의 미적분 활용 - 세특 예시</b>
<b>요약</b>	<p><b>예시 1</b>                  평소 식품공학에 많은 관심을 가지고 탐구하는 학생임. 일례로 수업시간에 배운 미적분을 심화학습하여, 미생물의 생육곡선과 비성장 속도를 미분방정식을 통해 구하는 과정을 발표함. 짜임새있는 구성을 통해 미분방정식을 모르는 급우들도 이해하기 쉽도록 발표를 한 것이 인상적임.</p> <p><b>예시 2</b>                  수업시간에 배운 내용을 다양한 분야에 접목시킬줄 아는 학생임. 미적분을 활용하여 자신의 관심분야인 식품공학에 접목시켜 미생물의 비성장 속도를 구하는 활동을 함. 본 활동을 통해서 미래에 사람들이 더 안전하고 건강하게 식품을 유통받을 수 있는 예측 모델을 만들고 싶다고 함.</p> <p>위 두 예시를 통해 본인이 활용하고 싶은 구절들을 조합하여 더 완성도 있는 학생만의 세특을 작성하시는 것을 추천드립니다.</p>

**자료 0. 보고서 내용**

아래 자료와 보고서 자료를 참고해서 본인만의 발표자료를 준비하시는 것을 추천드립니다.

보고서 자료

**1. 서론 :**

미생물의 비성장속도는 생물학 및 환경 과학 분야에서 중요한 개념 중 하나로, 미생물이 증식하고 성장하는 속도를 나타냅니다. 이는 환경 조건에 따라 변동하며, 최대 비성장속도를 이해하는 것은 다양한 분야에서의 응용 가능성을 열어줍니다. 본 보고서에서는 비성장속도가 무엇인지부터, 미적분을 활용하여 최대 비성장속도를 도출하는 방법을 말씀 드리겠습니다.

**2. 본론 :**

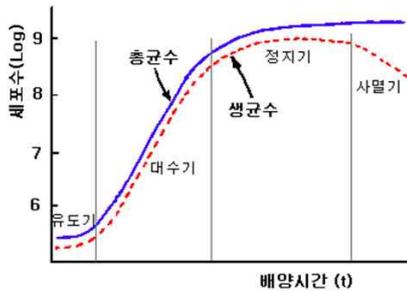
**2.1 비성장속도의 정의**

미생물의 비성장속도는 시간에 따른 미생물의 개체 수 또는 질량의 변화를 나타내는 지표로, 고도로 동적이며 환경 조건에 따라 변동하는 중요한 생물학적 개념입니다. 이는 일반적으로 다음과 같은 미분 방정식으로 표현됩니다.

$$R(t) = dN(t)/dt$$

여기서  $R(t)$ 은 시간  $t$ 에서의 비성장속도,  $N(t)$ 는 미생물의 개체 수를 나타냅니다. 미생물의 비성장속도는 증가하거나 감소하는 경우에 따라 양수 또는 음수의 값을 가질 수 있습니다.

미생물의 생육 곡선(Growth curve)은 미생물을 배양할 때 배양시간과 생균수의 대수(log) 사이의 관계를 나타내는 곡선으로 S자를 그리며 유도기(적응기)와 대수기(로그대수기), 정지기, 사멸기로 나누어집니다.



유도기(lag phase, induction phase)는 균을 새로운 배지에 접종하여 배양할 때 배지에 적응하는 시기이며, 세포가 새로운 환경에서 증식하는데 필요한 각종 효소단백질을 생합성하는 시기입니다.

증식기, 로그대수기(logarithmic phase, exponential phase)는 세포가 대수적으로 증식하는 시기이며, 세대시간, 세포의 크기가 일정한 시기입니다.

안정기, 정상기(stationary phase, maximum phase)는 생균수는 일정하게 유지되고 총균수는 최대가 되는 시기입니다. 또한 일부 세포가 사멸하고 다른 일부의 세포는 증식하여 사멸수와 증식수가 거의 같고, 영양물질의 고갈, 대사생산물의 축적, 배지 pH의 변화, 산소공급의 부족 등 부적당한 환경이 되어 생균수가 증가하지 않는 시기입니다.

사멸기(death phase, phase of decline)은 생균수가 감소하는 시기이며, 영양분 고갈과 미생물의 대사노폐물로 인해 생육에 최고로 열악한 환경입니다.

## 2.2 미적분을 활용한 최대 비성장속도 도출

미생물의 최대 비성장속도를 도출하기 위해서는 비성장속도 함수를 시간에 대해 미분해야 합니다. 최대 비성장속도는 미생물 개체 수의 변화율이 가장 큰 시점에서 나타납니다. 이를 수학적으로 표현하면 다음과 같습니다.

$$R'(t) = 0$$

위 식에서

$R'(t)$ 는 비성장속도 함수를 시간에 대해 미분한 것을 나타냅니다. 미분값이 0이 되는 지점을 찾기 위해 이 식을 풀면 최대 비성장속도를 나타내는 시간을 얻을 수 있습니다.

그 후, 얻은 최대 비성장속도를 원래의 비성장속도 함수에 대입하여 최대 비성장속도를 구할 수 있습니다. 이러한 과정을 통해 미생물이 가장 빠르게 증식하는 조건과 시점을 정량적으로 파악할 수 있습니다.

또한, 최대 비성장속도를 나타내는 지점에서 미생물의 환경 조건을 함께 고려하여 해당 조건에서의 최적 환경 조건을 도출하는데 미적분을 적용할 수 있습니다. 이는 최적의 미생물 생산 조건을 찾아내고, 생산성을 향상시키는데 도움이 됩니다.

**비성장속도의 유도:**

주어진 미생물의 양  $x$ 에 대한 비성장속도 식을 다시 유도해보겠습니다. 비성장속도

$\mu = \frac{1}{x} \frac{dx}{dt}$ 로 정리될 수 있습니다. 이 식을 정리하여 양변을 적분하게 되면,

$\int \mu dt = \int \frac{1}{x} dx$ 로 정리되며 적분 결과를 이용해  $\mu$ 에 대해 정리를 하게 되면

$\mu = \frac{\ln(x_2) - \ln(x_1)}{t_2 - t_1}$ 으로 표현될 수 있습니다.  $\mu$ 는 두 시간 간격 내에서의 미생물의 양의

로그 변화에 비례하며, 시간 간격이 작아질수록 비성장속도는 변화합니다.

이러한 미적분적인 분석은 미생물의 최대 비성장속도를 이해하고 조절하는데 중요한 도구로 활용될 수 있으며, 식품공학 및 환경과학 분야에서의 응용 가능합니다.

**결론 :**

미생물의 비성장속도에 대한 미적분 분석을 통해 생물학적 과정을 수학적으로 이해하고 조절하는 데에 새로운 인사이트를 얻을 수 있습니다. 본 탐구에서는 비성장속도의 정의를 미적분을 통해 이해 하였고, 최대 비성장속도를 도출하는 과정을 자세히 다루었습니다.

미생물의 최대 비성장속도를 구하는 데 있어서 미적분은 강력한 도구로 작용합니다. 미생물이 가장 빠르게 증식하는 조건과 시점을 정확하게 파악하면, 식품공학 분야에서는 생산성을 최적화하고, 환경과학 분야에서는 생태계의 건강성을 유지하는 데 기여할 수 있습니다.

또한, 미생물의 최대 비성장속도를 도출하는 과정에서 나타난 생물학적 현상과 수학적 원리의 결합은 다양한 분야에서 활용할 수 있는 인사이트를 제공합니다. 생물학과 수학의 통합은 새로운 기술 및 제어 전략 개발에 기여할 것으로 기대됩니다.

**앞으로의 탐구 방향:**

이 탐구를 통해 얻은 결과를 기반으로, 앞으로는 다양한 미생물 종류 및 다양한 환경 조건에서의 최대 비성장속도를 분해하고 싶다고 생각했습니다. 또한, 더 복잡한 환경 조건과 상호작용을 고려한 모델을 개발하여 현실 세계의 미생물 생육을 더 정확하게 예측하는 방

향으로 연구를 확장하고 싶습니다. 또한, 실제 실험 데이터와의 비교를 통해 모델의 정확성을 높이는 방법에 대한해서도 탐구해보고 싶습니다.

이러한 연구들은 미생물이 차지하는 중요한 위치에서 발생하는 다양한 문제에 대한 해결책을 제공하고, 생물학과 수학의 융합이 미래의 식품공학 및 환경과학 분야에 새로운 지평을 열어줄 것으로 기대됩니다.

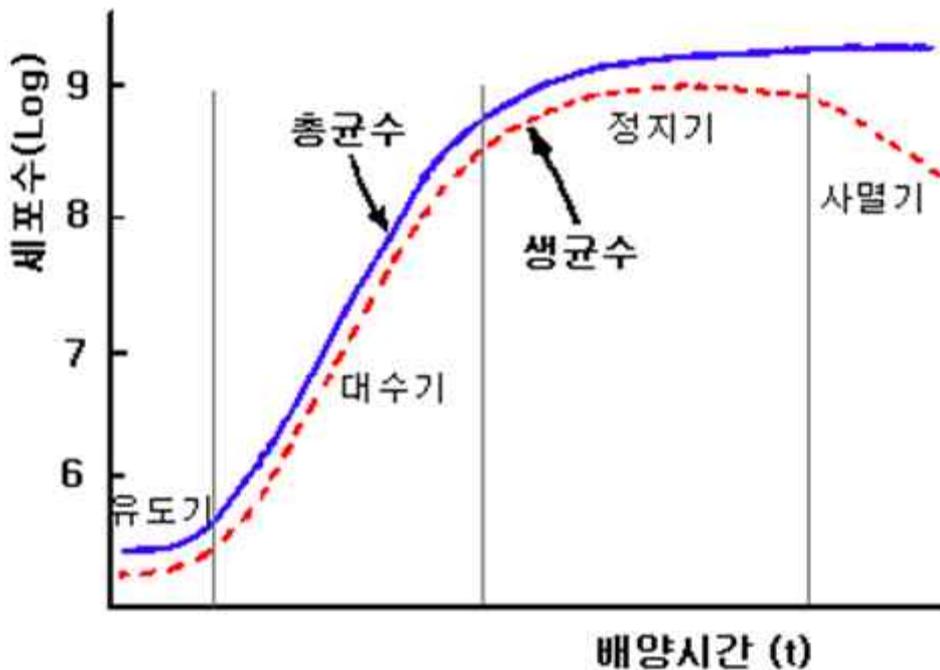
### 자료 1. 미생물실험 | 세균의 성장곡선 (Growth Curve)

TIP

- 1.미생물의성장과분열과정을이해한다.
- 2.미생물의성장은4단계를(Lagphase,Exponentialphase,Stationaryphase,Deathphase.)거친다.

미생물의 생육곡선(growth curve)

미생물을 배양할 때 배양시간과 생균수의 대수(log)사이의 관계를 나타내는 곡선으로S자를 그리며 유도기(적응기)와 대수기(로그대수기),정지기,사멸기로 나누어진다.



1. 유도기(lag phase, induction phase)

- ①균을 새로운 배지에 접종하여 배양할 때 배지에 적응하는 시기
- ②세포가 새로운 환경에서 증식하는데 필요한 각종 효소단백질을 생합성하는 시기

2. 증식기(대수기),로그대수기(logarithmic phase, exponential phase)

- ①세포가 대수적으로 증식하는 시기
- ②세대시간,세포의 크기가 일정한 시기

### 3. 안정기(정지기),정상기(stationary phase, maximum phase)

- ①생균수는 일정하게 유지되고 총균수는 최대가 되는 시기
- ②일부 세포가 사멸하고 다른 일부의 세포는 증식하여 사멸수와 증식수가 거의 같고,영 양 물질의 고갈,대사생산물의 축적,배지pH의 변화,산소공급의 부족 등 부적당한 환 경이 되어 생균수가 증가하지 않는 시기

### 4. 사멸기(death phase, phase of decline)

- ①생균수가 감소하는 시기
- ②영양분 고갈과 미생물의 대사노폐물로 인해 생육에 최고로 열악한 환경

#### 실험 방법

##### 1. 실험 과정

- 1) 15시간 이상 배양 한E.coli를 10-4배 희석하여 준비한다.
- 2)멸균된 상태의 배지10ml에 준비된E.coli배양액을1ml접종하여 키운다.(37°Cshaming incubator에서 약200rpm)
- 3)접종후4시간 동안0 time을 포함하여 매30분마다 시료100 $\mu$ l에LB broth 100 $\mu$ l를 첨가하여 큐벳에 넣고 흡광도를 측정한다. (희석배율은OD값을 보고 정정할 수 있다.)이후 같은 희석배율로OD값을 측정한다.
- 4)흡광도는600nm에서 측정하고, 0 time에서의OD (Optical Density)는0.08-0.1로 시작하는 것이 적당하다.
- 5)배양시간에 따른 흡광도의 변화를 그래프용지를 사용하여 그려보고,이로부터Exponential phase에서의Generation time을 간접적으로 구해본다.(Generation time =흡광도의 변화가 2배가 될 때까지 걸리는 시간)
- 6) $A_{600} = 1.0 \rightarrow 8 \times 10^8 \text{ cell/ml}$  이 공식을 가지고,시간별 대략적인cell수를 계산해본다.  
[Biology/미생물학] - 미생물실험 | 세균의 성장 곡선

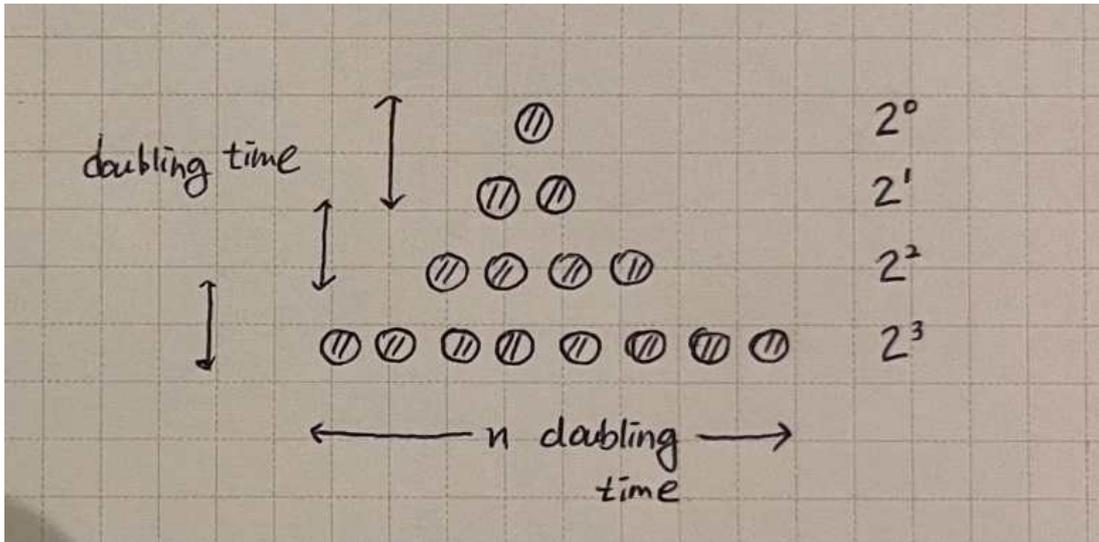
출처 : <https://chemup.tistory.com/1379>

## 자료 2. 세포의 성장 : 미생물 성장곡선(growth curve), 비성장속도 계산, Monod 식(모노드 식)

### 미생물 성장곡선, 비성장속도

#### 1. 세포 성장

최적의 성장 조건에서 미생물 세포는 2의 배수로 성장한다. 이때 각 세포가 1회 분열하는 데에 걸리는 시간을 세포분열시간(doubling time 또는 generation time)이라 한다.



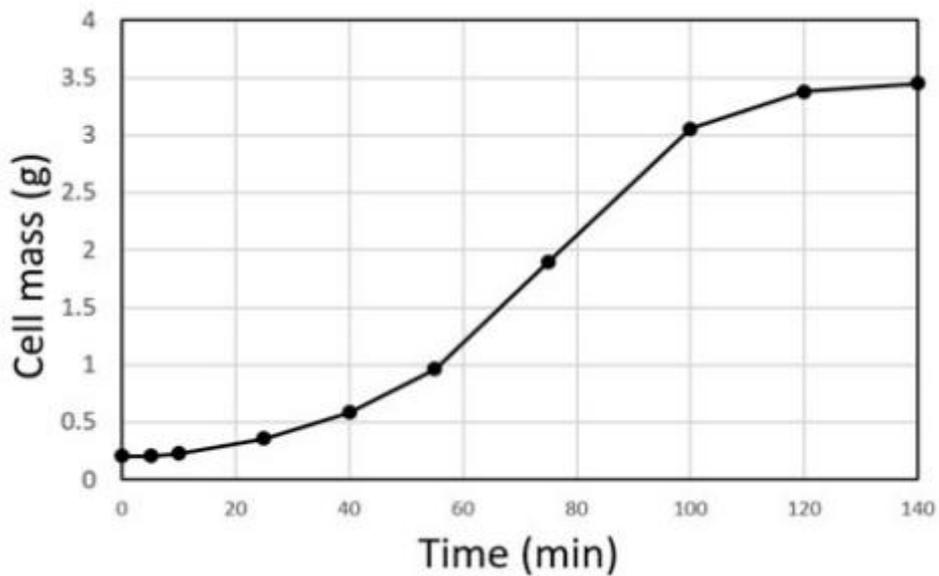
초기 세포량을  $X_0$ , doubling time을  $t_{1/2}$ 라고 하면,  $t$  배양시간 후의 세포량  $X$  는 아래와 같다.

$$X = X_0 \times 2^n, \quad (n = \text{세포분열 횟수})$$

$$n = t/t_{1/2}$$

## 2. 미생물 성장곡선

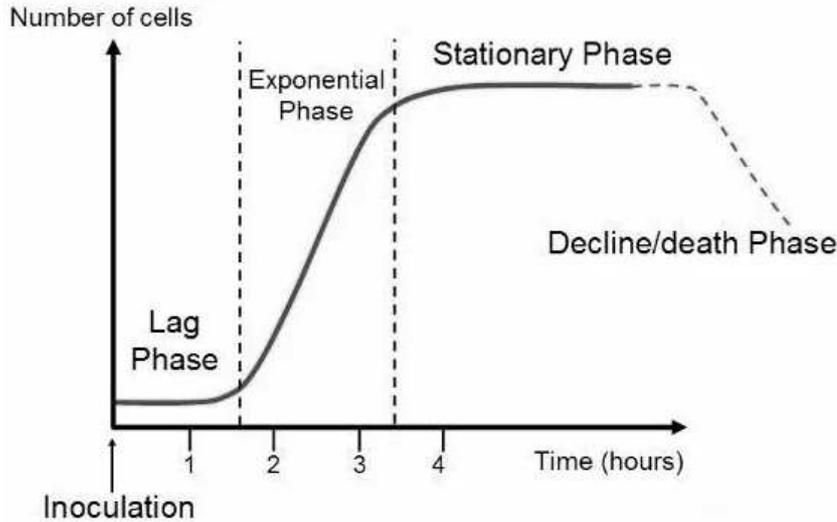
아래는 대장균(E.coli)의 전형적인 성장곡선이다.



분자생물학실험 교재 참고

이론적으로 미생물은  $2^n$ 의 지수함수의 속도로 성장하지만, 실제 상황에서 세포성장은 유도

기(lag phase), 지수성장장기(exponential growth phase), 정체기(stationary growth phase), 사멸기(death phase)로 구분할 수 있다.



출처 : orbitbiotech 사이트

유도기(lag phase): 세포분열이 거의 일어나지 않고 균이 환경에 적응하는 시기이다. 새로운 배지로 옮겨졌을 때 미생물들은 배지의 구성 성분들을 감지·인식한다. 영양 조성에 따라 새로운 효소들이 합성되고, 다른 몇몇 효소들의 합성이 억제되면서 세포 내부의 기구(machinery)가 새로운 환경 조건에 적응된다. 배양조건에 따라 유도기간이 다르다. 이 시기에는 세포의 구성 물질과 효소의 합성이 왕성하고 호흡 활성도 높다.

지수성장기(exponential growth phase) : 대수기(log phase) 또는 대수성장기(logarithmic growth phase)라고도 한다. 세포들이 이미 새로운 환경에 적응하여, 급속한 세포분열이 시작되고 최대속도로 성장하는 시기이다. 균형 성장(balanced growth)의 시기이므로 세포의 평균 조성이 거의 일정하게 유지된다.

정체기(stationary growth phase): 항생물질, 효소 등과 같은 2차 대사산물이 합성되며 영양분이 결핍되고, 대사산물의 축적, pH 변화 등으로 인해 성장이 정지된다.

사멸기(death phase): 세포에너지의 고갈, 배지의 pH 변화, 대사상의 독성물질 등으로 세포사멸 및 생균수가 감소된다.

### 3. 비성장속도 관련 계산

①



↓

$$\frac{dX}{dt} = \mu X \quad (\mu = \text{비성장속도, specific growth rate, h}^{-1})$$

(적분)  $\ln \frac{X}{X_0} = \mu t$

(대수로그)  $\log \frac{X}{X_0} = \mu t$

즉,  $\log X = \log X_0 + \mu t \rightarrow$  y축:  $\log X$ , x축:  $t$  인  
일차방정식.

② 1회 세포분열시 세포량  $X = 2X_0$ , 소요시간  $t = t_{1/2}$  이므로  
 $\log \frac{X}{X_0} = \mu t$  에서

$$\log 2 \frac{X_0}{X_0} = \mu t_{1/2}$$

1회 세포분열에 소요되는 시간은

$$t_{1/2} = \log 2 / \mu$$

doubling time을 알 때 비성장속도는

$$\mu = \log 2 / t_{1/2}$$

Monod 식(모노드 식)

1. Monod 식

$$\mu = \mu_{\max} * S / (K_s + S)$$

$\mu$ 는 미생물의 비성장속도(specific growth rate)이다.

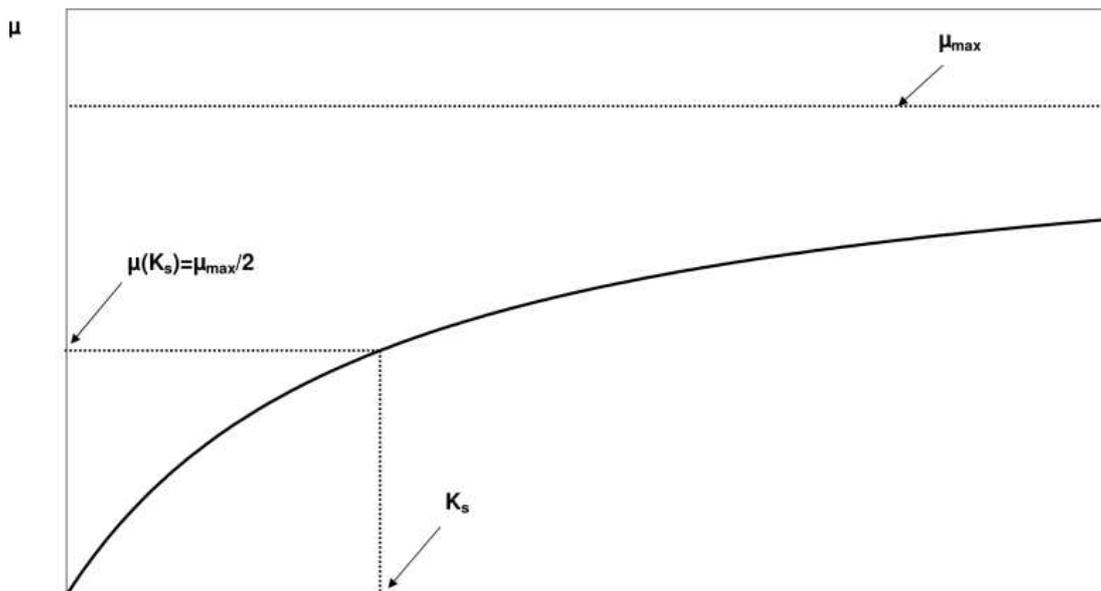
$\mu_{\max}$ 는 미생물의 최대비성장속도이다. [1/hr]

S는 성장에 필요한 제한기질의 농도이다. [g/L]

$K_s$ 는 반속도 상수로,  $\mu / \mu_{\max} = 0.5$ 일 때의 S의 값이다. [g/L]

$\mu_{\max}$ 와  $K_s$ 는 모노드 식에서의 경험상수로, 서로 다른 종 사이에서, 또 주변 환경 상태에 따라 다르다.

아래는 기질 농도 S에 따른 비성장속도  $\mu$  를 나타낸 그래프



[S]

출처 : 위키백과 <https://blog.naver.com/ab7042/223111874156>