

## 《 수학 수행평가 자료 》

하이에듀

<b>주제</b>	인구 변화 모델링과 수학
<b>요약</b>	인구 변화 모델에 관해서 수학 신문을 만든다면 좋을 것 같습니다. (사회학과 연결) 자료 1은 수학 신문의 개요, 자료 2,3 은 인구 예측 모델 관련 자료입니다. 논문자료도 함께 첨부해드리니 참고 부탁드립니다.

### 자료 1. 수학 신문 개요

1. 서론: 인구 변화의 중요성
  - **목적 설명:** 인구 변화가 사회, 경제, 환경에 미치는 영향을 간단히 설명합니다.
  - **기본 개념 도입:** 인구 변화를 이해하는 데 필요한 기본적인 수학적 개념(예: 함수, 비율, 증가율)을 소개합니다.
2. 인구 변화의 수학적 모델링
  - **함수의 이해:** 인구 변화를 설명하는 데 사용되는 기본적인 함수 유형(예: 선형 함수, 지수 함수)을 설명합니다.
  - **모델 예시:** 간단한 인구 변화 모델을 예시로 들어, 실제 데이터를 사용하여 인구 변화 예측을 시도합니다.
3. 로지스틱 성장 모델
  - **로지스틱 함수 소개:** 로지스틱 성장 모델과 그 수학적 형태를 설명합니다.
  - **실제 적용:** 로지스틱 모델을 사용하여 인구 성장률의 제한과 지속 가능한 성장을 설명합니다.
4. 인구 통계학적 데이터 분석
  - **데이터 수집 방법:** 인구 통계학적 데이터를 어디서 찾고, 어떻게 수집하는지 설명합니다.
  - **수학적 분석:** 수집한 데이터를 기본적인 수학적 도구(예: 평균, 중앙값, 분산)를 사용하여 분석합니다.
5. 사례 연구: 특정 국가 또는 지역의 인구 변화
  - **사례 선택:** 한 국가나 지역을 선택하여 그곳의 인구 변화를 상세히 조사합니다.
  - **수학적 분석 적용:** 수학적 모델을 사용하여 해당 국가나 지역의 인구 변화를 분석하고 예측합니다.

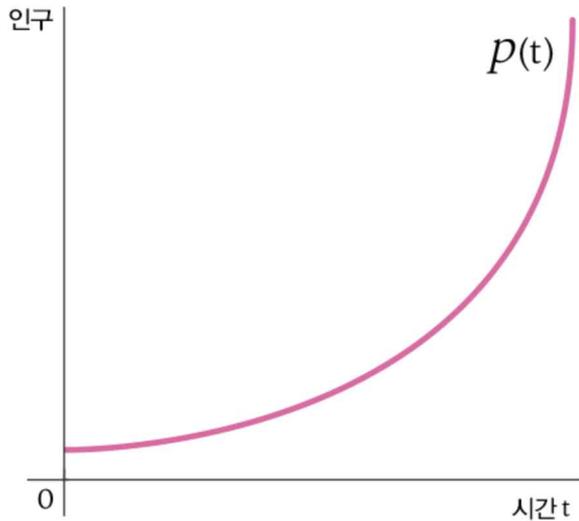
6. 결론: 인구 변화의 미래

- **분석 결과 요약:** 수학적 분석을 통해 얻은 주요 발견들을 요약합니다.
- **미래 시나리오:** 인구 변화가 미래에 사회와 환경에 어떤 영향을 미칠지에 대한 토론을 제공합니다.

자료 2. 지수함수와 통계를 활용해 인구수를 예측하는 방법

t (1900년 이후의 햇수)	인구(백만)
0	1650
10	1750
20	1860
30	2070
40	2300
50	2560
60	3040
70	3710
80	4450
90	5280
100	6080
110	6870

위쪽 표는 1900년 이후 세계 인구를 나타낸 것이다. 이 표의 자료로부터 수학적 모델링을 통하여 인구증가에 관한 지수함수를 구하면  $P=(1436.53) \times (1.01395)^t$ 이다. 즉, 일반적인 지



▲ 맬서스가 제안한 인구 증가 모델인 '지수 성장모형'

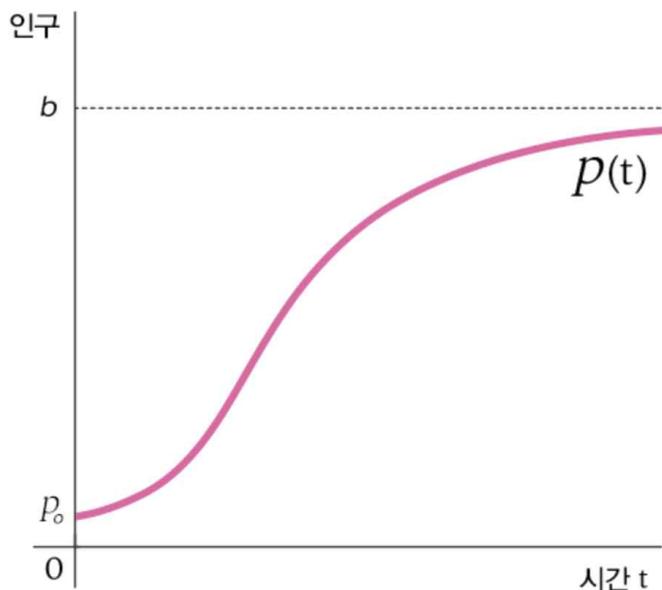
수함수  $y=b \times a^x$ 에서  $b=1436.53$ 이고,  $a=1.01395$ 이며,  $t=0$ 은 1900년에 해당한다. 이 지수함수를 이용하여 2020년 인구를 예측하려면 함수의 식에  $t=120$ 을 대입하여  $P=(1436.53) \times$

$(1.01395)^{120} \approx 7574$ (백만)을 얻을 수 있다.

즉, 2020년에 인구수가 약 75억 7천 4백만 명 정도가 될 것으로 예측할 수 있는데, 실제로 올해 지구에 사는 인구수는 약 77억 9천 5백만 명이라고 하니 비교적 잘 예측했다고 할 수 있다. 이 지수함수를 이용하여 2050년과 2100년의 인구수를 예측하면 각각 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

2050년:  $t=150$  일 때  $P \approx 44,476$ 이므로 약 114억 7천 6백만 명이고 2100년:  $t=200$ 일 때,  $P \approx 22,492$ 이므로 약 229억 4천 2백만 명이다. 2100년이 되면 놀랍게도 지금보다 약 3배 많은 인구가 지구에 살게 될 것으로 예측된다. 과연 이것이 사실일까?

영국의 경제학자 맬서스에 따르면, 현재의 인구를  $P_0$ , 인구증가율을  $r$ , 어느 한 시점  $t$ 에서의 인구를  $P(t)$ 라 하면  $P(t)=P_0e^{rt}$ 이라는 것이다. 이런 인구 모형을 맬서스의 '지수 성장모형' 이라고 한다.

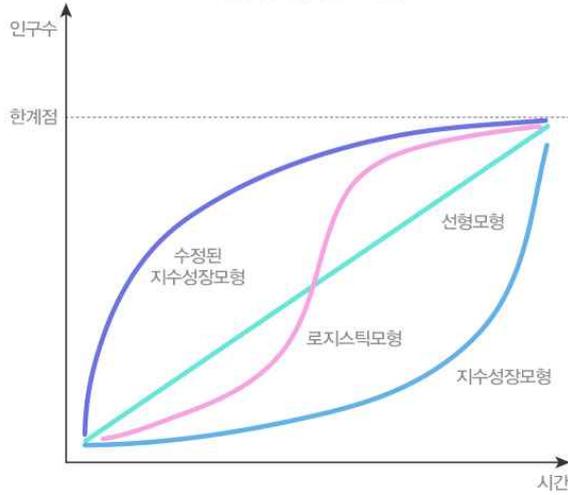


▲ 맬서스의 인구 증가 모델을 수정한 '로지스틱(logistic) 모형'

하지만 일반적인 인구 모형에서 인구가 적은 초창기에는 인구수가 기하급수적으로 성장하지만, 현실적으로는 식량, 거주, 공간, 다른 천연자원의 영향을 받기 때문에 성장이 제한된다. 이런 점을 고려하여 벨기에의 수학자 페르홀스트(Pierre F. Verhulst, 1804 ~ 1849)는 맬서스의 인구 증가 모델을 '로지스틱(logistic) 모형'으로 수정하였다.

이 모형에서 알 수 있는 것은 초기에는 인구수가 급격하게 증가하지만 어느 순간부터는 완만하게 증가하여 인구수가 일정하게 유지된다는 것이다. 이런 특성은 자연 현상이나 사회 현상에서 실제로 나타난다. 이를테면 일정한 공간에 토끼를 번식시키면 처음에는 기하급수적으로 개체 수가 늘어나지만 시간이 지날수록 개체 수가 안정적인 상태를 유지한다.

## 인구 성장 모형



인구수, 바이러스 수, 동물의 개체 수를 예측하는 방법은 여러 가지가 있다. 예를 들어 과거 인구가 거의 동일하게 증가하거나 감소하여 미래에도 같은 추세가 계속될 것이라고 한다면, 기준 연도의 인구를 바탕으로 시간 단위당 평균 증가율을 이용하면 시간에 따른 인구 변화는 일직선의 그래프로 나타날 것이다. 이를 '선형모형'이라고 한다.

만일 인구가 기하급수적으로 증가한다면 그래프는 앞에서 소개한 '지수 성장모형'이 되고, 어떤 제약을 받게 되면 인구증가 그래프는 '로지스틱 모형'이 된다. 로지스틱 모형은 처음에 인구가 완만하게 증가하다가 어느 시점을 지나면 급격하게 증가하다가 다시 완만하게 증가하는 S자 모양이다.

보통 동식물의 성장과 미생물 개체 수 증가 그리고 COVID-19 누적 확진자 수 등에서 볼 수 있다. 그러나 다양한 요인으로 어떤 상한선 이상이 되면 그 성장 속도가 떨어지게 되면서 그래프는 위로 볼록한 형태가 되는데, 이 경우를 '수정된 지수 성장모형'이라고 한다. 그리고 수정된 지수성장모형은 로그함수의 그래프이다.

지금까지 알아본 것처럼 인구수 및 바이러스 감염자의 수 증가, 가전제품 작동 온도 등을 예측하기 위해서는 지수함수와 로그함수를 알아야 한다. COVID-19로 매일매일 스트레스를 받는 요즘, 바이러스 확진자 예측을 이해하기 위해 수학을 알아야 하며, 또한 언택트 시대에 우리에게 유용한 정보와 즐거움을 가져다주는 디스플레이 제품 성능을 예측하고 개선하기 위해서도 수학이 필요하다. 수학을 통해 우리의 삶이 즐겁고 더욱 건강해질 것이란 확신과 믿음을 가져본다.

### 자료 3. 인구 예측 모델 예시

지수 성장 모델은 인구가 일정한 비율로 지속적으로 증가한다고 가정하는 간단한 방법입니다. 이 모델은 시작 인구  $P_0$ 와 시간이 지남에 따라 인구가 얼마나 빠르게 증가하는지 나타내는 성장률  $r$ 을 기반으로 합니다. 모델의 수학적 형태는 다음과 같습니다:

$$P(t) = P_0 \times e^{rt}$$

여기서:

$P(t)$ 는 시간  $t$ 에서의 인구입니다.

$P_0$ 는 초기 인구입니다.

$r$ 은 인구 성장률입니다.

$e$ 는 자연 로그의 밑입니다.

이 모델을 사용하여 간단한 예측을 해보겠습니다. 예를 들어, 어떤 지역의 초기 인구가 1,000명이고 연간 인구 성장률이 2%라고 가정해봅시다. 우리는 이 모델을 사용하여 5년 후의 인구를 예측할 수 있습니다.

여기서는  $P_0=1000$ ,  $r=0.02$ ,  $t=5$ 년으로 설정하겠습니다. 이제 이 값을 모델에 대입하여 5년 후의 인구를 계산해보겠습니다.

모델에 따르면, 5년 후 이 지역의 인구는 약 1,105명이 될 것으로 예측됩니다. 이 예시는 지수 성장 모델을 사용하여 인구 변화를 예측하는 간단한 방법을 보여줍니다. 신문에서는 이러한 계산 방법과 함께 실제 데이터를 사용한 예시를 제공하여 독자들이 모델의 적용 방법을 이해할 수 있도록 할 수 있습니다.

물론, 실제 인구 변화 예측은 이보다 훨씬 복잡한 요소들을 고려해야 하며, 다양한 인구학적, 환경적, 사회적 요인들이 포함됩니다. 하지만 학생들에게 수학적 모델링의 기본적인 아이디어를 소개하고 수학이 실세계 문제 해결에 어떻게 적용될 수 있는지 보여주는 데에는 이러한 간단한 모델이 매우 유용할 수 있습니다.